

Terminale Spécialité - Physique-Chimie
Devoir en classe n°5 - Durée : 2h
Proposition de correction

EXERCICE I : AUTOUR DE QUELQUES ÉVÈNEMENTS ASTRONOMIQUES (10 points)

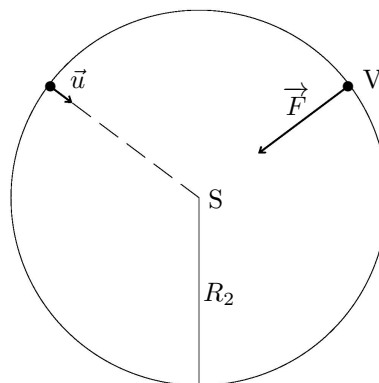
1. ÉTUDE DE LA COMÈTE ISON

- 1.1. D'après la première loi de Kepler, dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont un des foyers est occupé par le centre du Soleil. Ainsi, il est cohérent de trouver, sur la figure 2, le Soleil confondu avec le foyer F_1 .
- 1.2. D'après la deuxième loi de Kepler (ou loi des aires), le segment $[SM]$ balaie des aires égales pendant des durées égales. Ainsi, comme la durée de parcours entre les points M_1 et M'_1 est égale à celle entre les points M_2 et M'_2 , on en déduit que les deux aires sont égales : $A_1 = A_2$.
- 1.3. La distance parcourue par la planète sur son orbite entre les points M_1 et M'_1 est inférieure à celle parcourue entre les points M_2 et M'_2 . En outre, ces distances sont parcourues pendant des durées égales. On en déduit que la vitesse moyenne de la planète entre les points M_1 et M'_1 est inférieure à la vitesse moyenne de la planète entre les points M_2 et M'_2 : $v_1 < v_2$.

2. VISIBILITÉ ET TRANSIT DE VÉNUS

Partie A : Étude des caractéristiques du mouvement de Vénus

- 2.1. Le référentiel d'étude est centré sur le centre du Soleil : il s'agit du référentiel héliocentrique.



- 2.2. Soit $\vec{F}_{S/V}$ la force exercée par le Soleil sur Vénus et soit \vec{u} un vecteur unitaire mobile radial dirigé vers le centre du Soleil. Alors la force exercée par le Soleil sur Vénus s'exprime par
- $$\vec{F}_{S/V} = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{R_2^2} \cdot \vec{u}$$

- 2.3. Dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen, d'après la deuxième loi de Newton, on a :
- $$\vec{F}_{S/V} = M_2 \cdot \vec{a}. \text{ Autrement dit, } G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{R_2^2} \cdot \vec{u} = M_2 \cdot \vec{a} \text{ d'où } \vec{a} = G \cdot \frac{M_1}{R_2^2} \cdot \vec{u}$$

- 2.4. Étude théorique de la vitesse orbitale de Vénus

- 2.4.1 Si le mouvement de Vénus est uniforme, alors son accélération est purement normale et centripète d'où $\vec{a} = \frac{v_2^2}{R_2} \cdot \vec{u}$, le terme tangentiel $\frac{dv}{dt} \cdot \vec{u}_T$ où \vec{u}_T est un vecteur tangent à la trajectoire orienté dans le sens du mouvement étant nul puisque la valeur de la vitesse est constante.

- 2.4.2 D'après ce qui précède, on a : $\frac{v_2^2}{R_2} = G \cdot \frac{M_1}{R_2^2}$ soit $v_2^2 = \frac{G \cdot M_1}{R_2}$ ou encore $v_2 = \sqrt{\frac{G \cdot M_1}{R_2}}$

- 2.4.3 $v_2 = \sqrt{\frac{G \cdot M_1}{R_2}} = \sqrt{\frac{6,6 \cdot 10^{-11} \times 2,0 \cdot 10^{30}}{1,0 \cdot 10^8 \cdot 10^3}} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 36 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

2.5. Étude de la période de Vénus

2.5.1 La période de révolution T_2 de Vénus est la durée que met Vénus pour faire un tour complet sur son orbite autour du Soleil.

2.5.2 On a donc $T_2 = \frac{2\pi \cdot R_2}{v_2} = \frac{2\pi \times 1,0 \cdot 10^8 \cdot 10^3}{3,6 \cdot 10^4} = 1,7 \cdot 10^7 \text{ s} \simeq 200 \text{ jours terrestres}$

2.6. La troisième loi de Kepler

2.6.1 $T_2 = \frac{2\pi \cdot R_2}{v_2} = 2\pi \cdot R_2 \cdot \sqrt{\frac{R_2}{G \cdot M_1}}$ d'où $T_2^2 = 4\pi^2 \cdot R_2^2 \cdot \frac{R_2}{G \cdot M_1} = \frac{4\pi^2 \cdot R_2^3}{G \cdot M_1}$. On en déduit que le rapport du carré de la période de révolution au cube du rayon de l'orbite (jouant le rôle du demi grand-axe dans l'approximation des orbites circulaires) vaut : $\frac{T_2^2}{R_2^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_1}$. Ce rapport est indépendant de la planète considérée et ne dépend que de l'astre attracteur (le Soleil dans notre cas). On retrouve ainsi la troisième loi de Kepler.

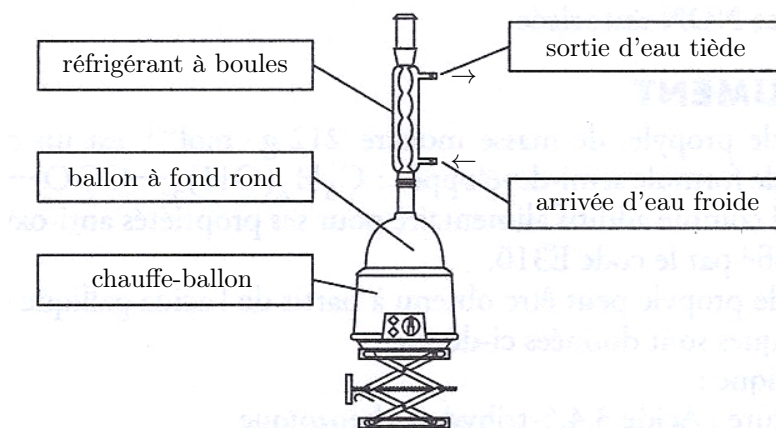
2.6.2 On peut en déduire l'expression de la masse du Soleil : $M_1 = \frac{4\pi^2 \cdot R_2^3}{G \cdot T_2^2}$

DE LA POUDRE DE TARA AU GALLATE DE PROPYLE (10 points)

1. EXTRACTION DE L'ACIDE GALLIQUE

1.1. À propos du montage utilisé

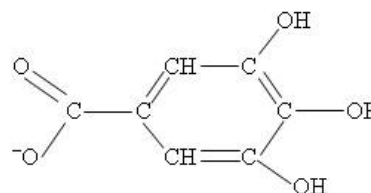
1.1.1 Compléter la légende du schéma du montage de chauffage à reflux ci-après.



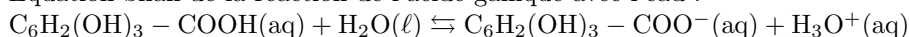
1.1.2 Le chauffage à reflux permet de chauffer (afin d'accélérer la réaction) sans perte de matière.

1.2. Le couple de l'acide gallique

1.2.1 Formule semi-développée de l'ion gallate :



1.2.2 Équation-bilan de la réaction de l'acide gallique avec l'eau :



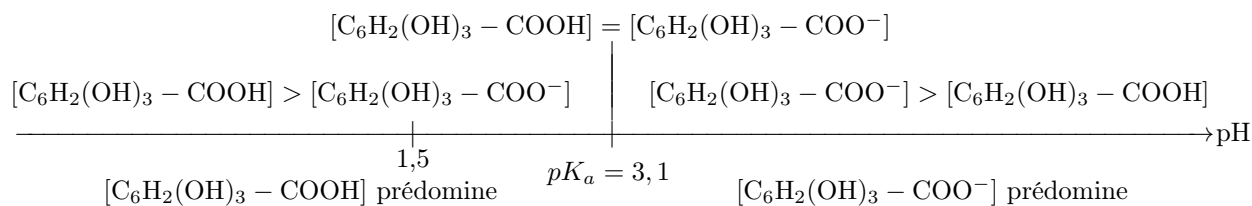
1.2.3
$$K_a = \frac{[\text{C}_6\text{H}_2(\text{OH})_3 - \text{COO}^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{C}_6\text{H}_2(\text{OH})_3 - \text{COOH}]_{\text{éq}} \times c^\circ}$$

1.2.4 On utilise la relation de Henderson-Hasselbach : $\text{pH} = \text{p}K_a + \log \frac{[\text{C}_6\text{H}_2(\text{OH})_3 - \text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{C}_6\text{H}_2(\text{OH})_3 - \text{COOH}]_{\text{éq}}}$ d'où

l'on déduit que $\log \frac{[\text{C}_6\text{H}_2(\text{OH})_3 - \text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{C}_6\text{H}_2(\text{OH})_3 - \text{COOH}]_{\text{éq}}} = \text{pH} - \text{p}K_a$ soit le rapport des concentrations

recherché : $\frac{[\text{C}_6\text{H}_2(\text{OH})_3 - \text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{C}_6\text{H}_2(\text{OH})_3 - \text{COOH}]_{\text{éq}}} = 10^{\text{pH} - \text{p}K_a} = 10^{1,5 - 3,1} = 2,5 \cdot 10^{-2}$. On en déduit que la solution contient 40 fois plus d'acide gallique que d'ions gallate et que l'espèce prédominante est donc l'acide gallique.

1.2.5 Diagramme de prédominance du couple de l'acide gallique :



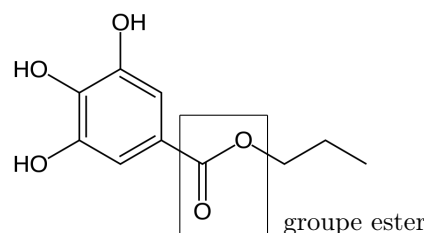
Dans la solution concernée ici, $pH = 1,5 < pK_a = 3,1$ donc c'est bien l'acide gallique qui prédomine, ce qui est en accord avec le résultat trouvé précédemment.

1.2.6 On refroidit le mélange réactionnel afin de permettre la précipitation de l'acide gallique car ce dernier est très peu soluble dans l'eau froide.

1.2.7 La pureté de l'acide gallique peut être testée en déterminant sa température de fusion à l'aide d'un banc Kofler.

2. DE L'ACIDE GALLIQUE AU GALLATE DE PROPYLE

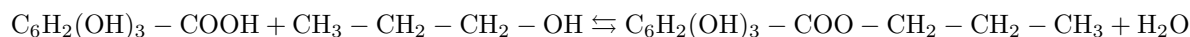
2.1. Le groupe caractéristique obtenu est un groupe ester.



2.2. L'alcool utilisé pour cette synthèse est le propan-1-ol de formule semi-développée $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{OH}$.

2.3. Synthèse du gallate de propyle

2.3.1 Équation-bilan de la réaction de synthèse du gallate de propyle :



2.3.2 L'acide sulfurique concentré sert de catalyseur : il permet d'accélérer la réaction mais ne modifie pas l'état d'équilibre atteint.

2.3.3 La pierre ponce permet de réguler l'ébullition afin d'éviter les projections dans le ballon.

2.4. Le mélange étant équimolaire et les réactifs réagissant mole à mole, le réactif limitant sera l'acide gallique. D'après l'équation-bilan de la réaction, il se forme autant d'ester qu'il y a d'acide consommé d'où $n_{\max}(\text{ester}) = n^0(\text{acide}) = \frac{m(\text{acide})}{M(\text{acide})}$. Le rendement η étant de 70%, la quantité finale d'ester que

l'on peut espérer obtenir est donnée par $n_f(\text{ester}) = \eta \cdot n_{\max}(\text{ester}) = \eta \cdot \frac{m(\text{acide})}{M(\text{acide})}$. La masse d'ester que l'on peut espérer obtenir est donc $m_f(\text{ester}) = n_f(\text{ester}) \cdot M(\text{ester}) = \eta \cdot \frac{m(\text{acide})}{M(\text{acide})} \cdot M(\text{ester})$ soit $m_f(\text{ester}) = 0,70 \times \frac{17,0}{170} \times 212 = 15 \text{ g}$.

2.5. Pour améliorer le rendement de la synthèse, on pourrait envisager d'utiliser un montage de distillation fractionnée pour isoler le produit au cours de sa formation ; toutefois, nous n'avons pas de données concernant les températures d'ébullition des différentes espèces chimiques impliquées dans la réaction et il est probable que celle du produit (l'ester) est sans doute supérieure à celle des réactifs. En effet, cette molécule a une masse molaire plus grande que celle des réactifs. Cela rend peu probable la pertinence de cette proposition.

On pourrait aussi procéder à la synthèse en présence d'un excès de l'un des réactifs (l'alcool par exemple dans ce cas), ce qui permet de déplacer l'équilibre vers la formation du produit et, par conséquent, d'augmenter le rendement de la synthèse.